

Hilbert 变换在无功电能计量中的应用研究

吴思聪 赵威威 陈燕红
(湖南师范大学 工学院,长沙 410081)

摘要 希尔伯特变换在数字信号处理理论和应用中有着十分重要的作用,它维系着对离散序列进行傅里叶变换后的实部和虚部之间或者幅度和相位之间的关系。而现代电力工业的高速发展对无功电能计量提出了更高的要求。本文阐述了无功计量理论及 Hilbert 移相无功算法及其仿真应用,并给出了采样点平移无功算法与 Hilbert 移相无功算法的误差对比。数据表明 Hilbert 移相无功算法具有移相准确,计量精度高的特点,本算法已在以 DSP 为运算单元的多功能电能表中应用。

关键词 Hilbert 变换;无功功率;电能计量

中图分类号:TM933.3+7

文献标识码:A

文章编号:1001-1390(2009)06-0035-04

Application Research of Hilbert Transform in Reactive Energy Measurement

WU Si-cong, ZHAO Wei-wei, CHEN Yan-hong
(Hunan normal university polytechnic college, Changsha 410081, China)

Abstract Hilbert transform plays an important role in digital signal processing theory and applications to maintain the relationships of real part and imaginary part or amplitude and phase of Fourier transform of a sequence. With modern electric power industry developing rapidly, it is requested that reactive power is measured more accurately. In this paper, reactive power measurement theory, Hilbert phase-shifting algorithm and simulation and applications are expounded, then error contrast of reactive power algorithm based on sampling points phase-shifting and Hilbert are given. The data shows that Hilbert phase-shifting algorithm shifts phase and measure reactive power accurately, and it has been applied in the DSP unit for the multi-function electric energy meter.

Key words Hilbert transform; reactive power; electric energy measurement

0 引言

在现代工业飞速发展的过程中,电力系统接入了各种非纯电阻负载,由此产生的大量谐波电流、谐波电压已经非常严重地影响了电力的传输和使用效率,造成了大量电能的浪费。有数据表明,我国某些区段的线损在农网改造以前高达 15%,目前,很多区域的线损仍高居 6%以上;世界上线损控制最好的日本为 4%以下。其中,导致线损增加的重要因素就是由基波与各次谐波产生的无功电能,因此,对无功电能的准确计量及考核,已显得尤为重要,这对提高电能利用效率和节约能源有着非常重要的意义。因此对无功电能的计量也越来越引起人们的重视。传统的感应式无功测量方法即采用跨相接线的方法计算无功电能,已经不能满足用户对无功电能计量的要求,因为这种无功电能计量方式在三相电源不对称或者三相负载不

平衡时所导致的误差可能达到 5%以上。新型的电子式多功能电能表的出现及其对市场的迅速占有,让无功计量理论得到了广泛的发展和应用。

1 无功电能的计量原理与常用方法

在无功电能计量方面主要有以下几种方法:(1)基于定义的功率三角公式计算无功功率;(2)基于采样点平移的移相法计算无功功率;(3)基于 Hilbert 变换计算无功功率。

1.1 基于功率三角公式的无功功率计算

理论上我们可以按照公式(1)计算无功功率:

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} \quad (1)$$

式中 Q 是无功功率; P 是有功功率; S 是视在功率,且 $S = UI$, U 为电压有效值, I 为电流有效值。

根据公式(1),只要知道了电压和电流的有效值以及功率因数,就能求出无功功率。但实际运用时会

产生偏差 因为实际中要获得精确的 U 、 I 和功率因数过于困难 主要原因是电压、电流中不可避免地存在谐波成分, 而且测量电路本身就是用数字方法逼近的。另外电路中还存在各种干扰和噪声 A/D 转换器位数有限并存在量化误差, 计算机的运算位宽受限, 所表达的数值存在舍入误差。特别是在 P 较大的时候将会给 Q 的精度带来很大的影响。比如 假设理论上 $S=3000$ $P=3000$ 这时应该 $Q=0$ 。如果测量结果是 $S=3005$ $P=2995$ 这时 有功误差为 -0.17% 。但按照以上公式计算得 $Q=245$ 。很显然误差太大 不能满足日常测量的精度要求。设:

$$u = \sum_{k=0}^n U_k \cos(k\omega t + \varphi_k) \quad (2)$$

$$i = \sum_{k=0}^n I_k \cos(k\omega t) \quad (3)$$

$$p = u \cdot i = \sum_{k=0}^n (U_k \cos(k\omega t + \varphi_k) \cdot I_k \cos(k\omega t)) \quad (4)$$

$$p = \frac{1}{T} \int_0^T u \cdot i dt = \frac{1}{T} \int_0^T \sum_{k=0}^n (U_k \cos(k\omega t + \varphi_k) \cdot I_k \cos(k\omega t)) dt$$

$$\cos(k\omega t) dt = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^n U_k \cdot I_k \cos(\varphi_k) \quad (5)$$

$$S = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^n U_k \cdot I_k \quad (6)$$

$$Q = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^n U_k \cdot I_k \sin(\varphi_k) \\ = -\frac{1}{2} \sum_{k=0}^n U_k \cdot I_k \cos(\varphi_k + \frac{\pi}{2}) \quad (7)$$

用式(2)表示含 $0 \sim n$ 次谐波分量的电压信号 其中 U_k 表示各次谐波的幅值 I_k 表示各次谐波电压与电流的相位差 式(3)表示含 $0 \sim n$ 次谐波分量的电流信号 I_k 表示各次谐波的幅值 式(4)表示式(1)与式(2)产生的瞬时功率 式(5)表示周期 T 内产生的平均有功功率 式(6)表示视在功率 式(7)表示无功功率。由上面式子可以看出式(5)和式(7)具有相似性 其中式(7)的相位角比式(5)中的相位角相差 $\pi/2$ 针对无功计算的移相法就是为了得到电压信号与电流信号的 $\pi/2$ 相位差值 这是利用移相法计算无功功率的理论依据, 即用计算有功功率的乘法器来计算无功功率 这在数字信号处理中十分有用 实际运用数字信号处理器时 让乘法器的两个输入序列变成电压序列与移相后的电流序列即可实现无功功率计算。而在计算有功功率时已经获得了电压的采样值、电流的采样值及电压电流之间的相位角 当采样点数满足计算谐

波无功电能的奈奎斯特采样定理时 针对计算无功功率, 有两种方法可以实现对离散信号的 $\pi/2$ 移相, 一种是基于采样点平移来实现 另一种则是通过 Hilbert 变换^[1-4]来实现。

1.2 基于采样点平移的无功计量

基于采样点平移的无功计量理论是将得到的离散的采样点信号进行 $\pi/2$ 移相 然后采用式(7)计算无功功率。这是针对基波频率的采样点移相方法 实际应用时有其局限性。

首先 这种方法要求被采样的信号只包含基波分量。假如对一个包含基波和三次谐波的信号 每基波周期 2π 内进行 100 次采样 那么基波的 $\pi/2$ 移相等效于移动 25 个采样点 但是 由于三次谐波的周期缩为基波的 $1/3$ 25 个采样点对于三次谐波而言, 已经是移动 $3\pi/2$ 了。

另外 基于采样点平移还要求每周期的采样点数是 4 的整数倍 否则将不能被 4 整除而得不到 $\pi/2$ 的移相。基于采样点平移的无功计量方法虽然存在其局限性 但仍被一些要求不高的场合采用 主要是其实现相对简单 对硬件的性能要求也不是很高 但是当电网中的谐波成分提高时 基于采样点平移计量无功电能的精度就很难保证。采样点平移的方法还有几种 虽然具体的平移方法不同 比如将电压向前移相 $\pi/4$ 电流向后移相 $\pi/4$ 等等 性能方面也只是略有差别 但是其原理都是一样平移采样点 其固有的缺陷仍无法克服 (更详细的采样点平移方法叙述见文献 [5])。

1.3 基于希尔伯特变换的无功计量

解析信号是实信号在复空间的映射 其特征表现为在信号的某一定义区域内导数处处存在的复值函数。对于一个实信号 $u(t)$ 我们可以构建一个解析信号 其数学表达式如下:

$$z(t) = u(t) + jv(t) \quad (8)$$

式中的实部和虚部为分别满足柯西—黎曼方程的实函数。

得到信号的解析函数之后 我们就可以十分方便的获得实信号的相关信息 如幅度信息 相位信息和频率信息等参数 这也是构建解析信号的目的。那么 如何构建实信号 $u(t)$ 的解析信号 也就是如何求出解析信号 $z(t)$ 的虚部 $v(t)$ 呢 这里就需要用到希尔伯特变换的方法。

对于因果系统 其冲激响应 $h(t)$ 在 $t < 0$ 时等于 0, 仅在 $t > 0$ 时存在 因此有:

$$h(t) = h(t)u(t) \quad (9)$$

设 $h(t)$ 的傅里叶变换即系统函数 $H(j\omega)$ 可分解为实部 $R(\omega)$ 和虚部 $jX(\omega)$ 之和, 即:

$$H(j\omega) = F[h(t)] = R(\omega) + jX(\omega) \quad (10)$$

将式(9)左右两边取傅里叶变换可得:

$$F[h(t)] = F[h(t)u(t)] = \frac{1}{2\pi} \left\{ [R(\omega) + jX(\omega)] \cdot [\pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}] \right\} \\ = \left\{ \frac{R(\omega)}{2} + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{X(\lambda)}{\omega - \lambda} d\lambda \right\} + j \left\{ \frac{X(\omega)}{2} - \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{R(\lambda)}{\omega - \lambda} d\lambda \right\} \quad (11)$$

$$\text{所以 } R(\omega) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{R(\lambda)}{\omega - \lambda} d\lambda \quad (12)$$

$$X(\omega) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{R(\lambda)}{\omega - \lambda} d\lambda \quad (13)$$

式(12)、式(13)称为希尔伯特变换对^[8]。它说明了具有因果性的系统函数 $H(j\omega)$ 的一个重要特性, 实部被已知的虚部唯一的确定, 反过来也一样。并且其不只适用于系统函数, 对于任意因果函数, 该特性也是成立的, 即:

$$g(t) = H[f(t)] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (14)$$

$$f(t) = H[g(t)] = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{g(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (15)$$

信号的 Hilbert 变换可以看成信号与 $1/\pi t$ 的卷积, 也就是说, 该系统的冲激响应函数为 $1/\pi t$, 其对应的频域表达式为 $-j\text{sgn}(\omega)$ 。其中:

$$\text{sgn}(\omega) = \begin{cases} -1, & \omega < 0 \\ 0, & \omega = 0 \\ 1, & \omega > 0 \end{cases} \quad (16)$$

根据该系统的频域表达式, 我们可以得到以下结论: 经过 Hilbert 变换, 实信号的正频率部分加上了 -90° 的相移, 负频率部分加上 $+90^\circ$ 的相移。

按照式(7)对非正弦电路中无功功率的定义, 无功功率测量的原理是: 首先对电压、电流的瞬时值进行采样, 然后使离散的电流信号经过 Hilbert 数字滤波器实现移相滤波。最后, 采用有功功率测量方法来测量无功功率。

设电路中电压、电流的瞬时值表达式如式(2)和式(3), 根据式(7)有:

$$Q = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n U_k I_k \sin \varphi_k = -\frac{1}{T} \int_0^T u(t) i'(t) dt \quad (17)$$

式中 $i'(t)$ 为 $i(t)$ 经 Hilbert 变换移相 90° 后的信号,

$$\text{即 } i'(t) = \sum_{k=1}^n I_k \sin(2\pi kft - \frac{\pi}{2}) \quad k=1, 2, \dots, n.$$

Hilbert 变换后的实部就是原信号, 虚部就是对原信号各次谐波移相了 90° 。即将电流的所有谐波成份都移相 90° , 并保持各次谐波幅值不变。这样, 就可采用有功功率测量方法来测量无功功率。

2 Hilbert 算法仿真与无功误差对比

用 Matlab 对 Hilbert 变换的仿真如图 1 和图 2 所示, 图中实线表示各次谐波分别移相 $\pi/2$ 再相加后的波形, 虚线表示 Hilbert 变换后的虚部波形。图中的 i_n 表示第 n 次谐波, i_n 表示第 n 次谐波移相 $\pi/2$, $iHilb(i_1+i_2)$ 表示对含基波和二次谐波的信号进行 Hilbert 变换的虚部, $iHilb(i_1+i_2+i_3)$ 表示对含基波、二次和三次谐波的信号进行 Hilbert 变换的虚部, 依此类推。图中原信号各谐波分别平移相加的信号在纵坐标上都减了 0.2, 这是为了便于与 Hilbert 变换的虚部信号进行相位对比而设。

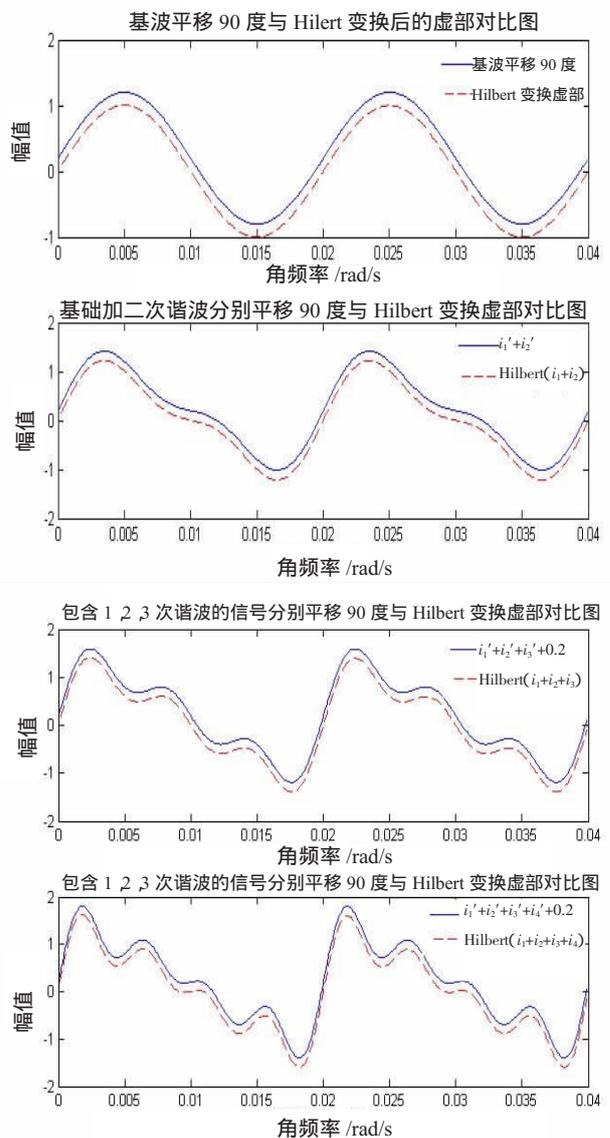


图 1 低次谐波 Hilbert 变换移相 90°

Fig.1 Low-order harmonic Hilbert transform shift 90°

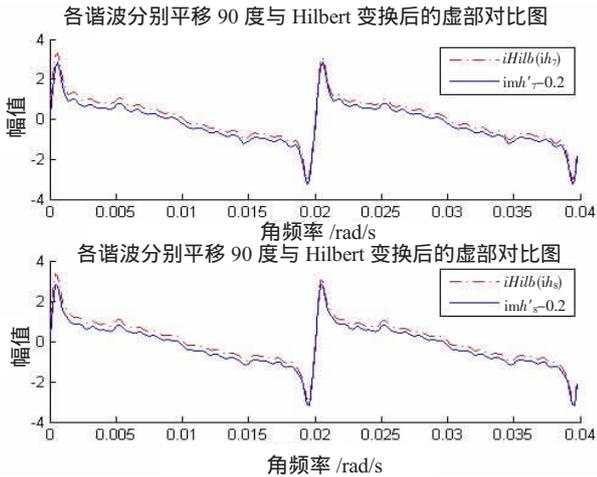


图 2 多次谐波 Hilbert 变换移相 90°

Fig.2 High-order harmonic Hilbert transform shift 90°

从仿真图中可以看到,即使原始信号中包含复杂的谐波甚至高达 21 次谐波(如图 2),Hilbert 变换移相器仍能保持准确的 $\pi/2$ 移相,这就保证了利用式(17)计算无功功率的准确性。

实际测试中,在加入不同谐波的情况下,采样点平移算法与 Hilbert 算法进行对比,其精度数据如表 1 所示(基波电流 $I_0=I_n$,基波电压 $U_0=U_n$;谐波含量: $U_k=10\%U_n$, $I_k=40\%I_n$,谐波功率因数:1.0,谐波相位为 0。其中,CS5460、DSP、及测试台体均采用采样点平移算法计算无功,ATT7022C 采用 Hilbert 变换算法计量无功,因此,表中列出的误差实际上是两种无功计量算法上的误差)。

表 1 无功算法精度对比

Tab.1 Reactive power algorithm accuracy comparison

添加的谐波	基波功率因数	CS5460 平移法	DSP 平移法	ATT7022C Hilbert 变换
2 次谐波	1.00	-0.118	-0.104	4.149
3 次谐波	0.5L	-0.242	-0.600	13.097
4 次谐波	1.00	-0.131	-0.111	-9.113
5 次谐波	0.5L	-0.132	-0.166	20.600
6 次谐波	1.00	-0.118	-0.076	-6.667
7 次谐波	0.5L	-0.062	-0.380	7.302

3 结束语

本文讨论了无功计量的理论及无功功率计算的常用方法。根据对 Hilbert 变换法进行的仿真,以及与采样点平移算法的实测数据对比表明,基于采样点平移的无功功率算法在电网存在谐波影响时,其精度不能保证,测得的无功是假无功,而基于 Hilbert 变换的

无功计量算法可以做到移相准确,计量精度高,因此,基于 Hilbert 变换的移相算法是无功计量中较好的方法。

参考文献

- [1] Etienne Moulin.电能表计量无功功率的方法[J].电测与仪表,2004,41(4):46-48.
- [2] 刘桂英,粟时平.无功电能计量理论技术及其发展[J].中国测试技术,2006,32(2):11-14,21.
- [3] 王柏林,刘华.用准同步离散 Hilbert 变换测量无功功率[J].电测与仪表,2003,40(12):13-15.
- [4] 庞浩,王赞基,陈建业等.基于 2 对 Hilbert 移相滤波器的无功功率测量方法[J].电力系统自动化,2006,30(18):45-48.
- [5] 陈国通等.无功功率和电能的移相算法[J].电力学报,2007,22(4):228-231.
- [6] Emanuel AE.Power in Non-sinusoidal Situations.A Review of Definitions and Physical Meaning.IEEE Transactions on Power and Delivery,1990,5(3),pp.1377-1389.
- [7] Alessandro Ferrero,Gabrio Superti-Furga.A New Approach to the Definition of Power Components in Three-Phase Systems under Nonsinusoidal Conditions [J].IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement,1991,40(3),pp.568-577.
- [8] A.Oppenheim and R.Schafer.Discrete-Time Signal Processing. Prentice Hall,1989,879pp.
- [9] Markus Lang.Allpass Filter Design and Applications.IEEE TRANSACTIONS ON SIGNAL PROCESSING,VOL.46,N0.9, SEPTEMBER 1998.
- [10] V. Vatchev.Intrinsic Mode Functions and the Hilbert Transform. Ph. D Dissertation, Department of Mathematics, University of South Carolina, 2004.

作者简介:

吴思聪(1980-)男,硕士研究生,表计开发工程师,DSP 与嵌入式技术开发。Email:sc88sc88sc88@163.com

赵威威(1984-)男,硕士研究生,从事虚拟仪器仪表研究。

陈燕红(1984-)女,硕士研究生,从事数字信号处理研究。

收稿日期 2009-02-08

(田春雨 编发)